

MODELOS MATEMÁTICOS EMPLEADOS EN LA PLANEACIÓN DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN DE MEDIA TENSIÓN

EDWARD LEANDRO LINARES TRIANA
PAOLA YAZMIN IZQUIERDO BETANCUR

FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA

Marzo de 2019

MODELOS MATEMÁTICOS EMPLEADOS EN LA PLANEACIÓN DE SISTEMAS DE
DISTRIBUCIÓN DE MEDIA TENSIÓN

EDWARD LEANDRO LINARES TRIANA
PAOLA YAZMIN IZQUIERDO BETANCUR

Proyecto de Grado
Para optar al título de Ingeniero (a) Electricista

Director: RICARDO ALBERTO HINCAPIÉ ISAZA

FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA
Marzo de 2019

DEDICATORIA

- A la vida por brindarme la oportunidad de culminar esta etapa, gracias totales.
- A mis abuelos Edilberto y Álvaro cuyo legado siempre estará vivo en mí.
- A mi mamá y mi papá por su apoyo incondicional.
- A Geraldine Zuluaga Hincapié por todo el apoyo brindado.

Edward Linares Triana

DEDICATORIA

- A mi madre Deicy Betancur Amariles, quien me inculcó el valor del estudio y me motivó para que siempre entregara lo mejor. A mi padre Abelardo Izquierdo Tamayo, quien por su tenacidad me enseñó el valor del trabajo y el esfuerzo para alcanzar cualquiera de las metas que me propusiera.
- A mi hermana Laura A. Izquierdo B y Jhon Darwin Jaramillo, por apoyarme durante este proceso y por brindarme sus consejos. Gracias por su apoyo incondicional, por hacer posible con mucho esfuerzo un paso más en mi educación profesional, por darme la fortaleza para seguir cada día en busca de mis sueños.
- A Carlos Alberto Henao, quien me brindó su amor y apoyo durante esta etapa de mi vida. Gracias por todo el apoyo y los medios por los cuales pude alcanzar la meta.

Paola Yazmin Izquierdo Betancur

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo no hubiese sido posible sin la participación de personas e instituciones que han facilitado el desarrollo y la culminación de este documento, por ello damos gracias especiales a:

- A Ricardo Alberto Hincapié Isaza por la oportunidad brindada para la elaboración de este proyecto.
- A los docentes de las asignaturas vistas durante el periodo de estudio, gracias por ser parte de nuestra formación.
- A nuestros amigos y compañeros de estudio, a cada uno, gracias por compartir sus conocimientos y horas de estudio.

Edward Linares Tiana y Paola Yazmin Izquierdo B.

RESUMEN

Los sistemas de distribución presentan constantemente un aumento del consumo de energía eléctrica debido a las cargas existentes y la aparición de nuevas cargas residenciales, comerciales e industriales. Bajo esta situación, el operador de red debe satisfacer la demanda de los usuarios cumpliendo límites operativos y técnicos considerando el mínimo costo, es decir, deben garantizar que el suministro de energía eléctrica sea continuo y de calidad a corto, mediano y largo plazo sin generar sobrecostos.

Las acciones necesarias para solucionar esta situación se conoce como el planeamiento de sistemas de distribución. Para ejecutar dichas acciones, es importante contar con modelos matemáticos que describan adecuadamente el problema tratado. Sin embargo, un inadecuado modelo matemático puede ocasionar planes de expansión de la red primaria que no sean económicamente viables o adecuados desde el punto de vista técnico-operativo. Debido a lo anterior, en este documento se recopilan los modelos más relevantes de la literatura especializada, con el fin de proporcionar una herramienta adicional que brinde alternativas para la solución de este tipo de problemas.

Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	III
Índice de tablas	IV
1. Generalidades en la planeación de sistemas de distribución de media tensión	13
1.1. Planteamiento y justificación del problema	13
1.2. Estado del arte	15
1.3. Comentarios finales sobre el marco referencial	18
1.4. Aspectos generales de los modelos matemáticos	19
1.5. Estructura del documento	22
2. Ubicación óptima de subestaciones	23
2.1. Modelo 1	23
2.2. Modelo 2	25
3. Selección óptima de conductores	27

4. Planeación de redes de media tensión usando modelos lineales	30
4.1. Modelo Lineal	30
4.2. Modelo Linealizado	32
5. Planeación de redes de media tensión usando modelos no lineales	37
5.1. Modelo no lineal en MT sin generación distribuida	37
5.2. Modelo no lineal en MT con generación distribuida	39
6. Modelo propuesto	42
7. Conclusiones y recomendaciones	47
7.1. Conclusiones	47
7.2. Recomendaciones	48
Bibliografía	49

Índice de figuras

1.1. Subestaciones y centros de demanda	20
1.2. Dirección del flujo de potencia	20
1.3. Conjunto de líneas y subestaciones óptimas	21

Índice de tablas

1.1. Estado del arte 18

Nomenclatura y Notaciones

Abreviaciones

AE	:	Almacenadores de energía.
BC	:	Bancos de condensadores.
GD	:	Generación distribuida.
H	:	Heurística.
ME	:	Metaheurística.
Mo	:	Mono objetivo.
Mu	:	Multi objetivo.
OC	:	Optimización clásica.
OF	:	Función objetivo.
PL	:	Programación lineal.
PLE	:	Programación lineal entera.
PLEM	:	Programación lineal entera mixta.
PNL	:	Programación no lineal.
PNLEM	:	Programación no lineal entera mixta.
PSPD	:	Planeamiento de sistemas primarios de distribución.
VR	:	Reguladores de tensión.

Subíndices

h	:	Tiempo en horas.
i	:	Asociada a los nodos del sistema.
i, j	:	Tramo de red primaria del nodo i al nodo j .
i_s, α_s	:	Grupo de transformadores que pertenecen a una subestación tipo s .
kl	:	Subíndice asociado a los nodos y los tramos de red SD.
l	:	Demanda del sistema.
p	:	Asociado a red primaria.
s	:	Tipo de subestación.
V	:	Número de subestaciones.
Z	:	Número de nodos de demanda.

Conjuntos

- Ω_{AE} : Conjunto formado por los nodos candidatos de red primaria para la ubicación de AE que pertenecen a Ω_{ip} .
- Ω_{BC} : Conjunto formado por los nodos candidatos de red primaria para la ubicación de BC que pertenecen a Ω_{ip} .
- Ω_{BT} : Conjunto de nodos de paso de red primaria.
- Ω_{CG} : Conjunto formado por la carga de la subestación α_s .
- Ω_{EG} : Conjunto formado por generadores existentes.
- Ω_{EP} : Conjunto de tramos existentes de red primaria.
- Ω_{ESS} : Conjunto formado por subestaciones existentes.
- Ω_H : Conjunto formado por el número de horas o periodos de duración de carga del planeamiento de la red primaria de distribución.
- Ω_{ip} : Conjunto formado por nodos conectados al nodo primario i .
- Ω_{KS} : Conjunto formado por el número de grupos de subestaciones tipo i_s .
- Ω_{ND} : Conjunto formado por los nodos de demanda (ubicaciones) $[1, \dots Z]$.
- Ω_{NF} : Conjunto formado por nodos fuentes ficticios.
- Ω_{NG} : Conjunto formado por los nodos candidatos de red primaria para la ubicación de GD que pertenecen a Ω_{ip} .
- Ω_{NL} : Conjunto formado por el número de niveles de la curva de duración de carga.
- Ω_{NP} : Conjunto formado por tramos nuevos de red primaria.
- Ω_{NS} : Conjunto formado por nodos fuente (subestaciones) $[1, \dots V] \cup \Omega_{NF}$.
- Ω_{NSD} : Conjunto formado por $\Omega_{NS} \cup \Omega_{ND}$.
- Ω_{NSS} : Conjunto formado por subestaciones nuevas.
- Ω_{PF} : Conjunto formado por tramos nuevos y existentes de red primaria.
- Ω_{PN} : Conjunto formado por nodos de red primaria.
- Ω_{SS} : Conjunto formado por tipos de subestaciones nuevas y existentes.
- Ω_{TAE} : Conjunto formado por tipos de AE.
- Ω_{TBC} : Conjunto formado por capacidad de tipos de BC.
- Ω_{TG} : Conjunto formado por tipos de GD.

- Ω_{TP} : Conjunto formado por tipos de conductores de red primaria.
- Ω_{TRS} : Conjunto formado por transformadores de la subestación α_s .
- Ω_{TSS} : Conjunto formado por tipos de subestaciones.
- Ω_{τ} : Conjunto formado por la tasa de descuento de la etapa de planeamiento en años.
- Ω_{VR} : Conjunto formado por los nodos candidatos para la ubicación de VR que pertenecen a Ω_{ip} .
- Ω_{TVR} : Conjunto formado por tipos de VR.

Parámetros

a_i	: Suministro de energía en el nodo i .
a_p	: Parámetro que indica el calibre asociado a un tramo de red tipo p .
b_j	: Consumo de energía en el nodo j .
$C_{\alpha_s}^{NP}$: Costo de instalación de un alimentador para suplir una carga α_s [\$].
$C_{ij,p}$: Costo de instalación de un tramo nuevo de red primaria entre los nodos i - j , tipo p [\$].
$C_{ij,s}^T$: Costo total de planeación con un número de grupos de subestaciones i [\$].
$C_{i,a}^{AE}$: Costo de instalación de un AE nuevo en el nodo i , tipo a [\$].
$C_{i,b}^{BC}$: Costo de instalación de BC en el nodo i , tipo b [\$].
$C_{ij,g}^{EG}$: Costo de repotenciación de un generador existente en el nodo i , tipo g [\$].
$C_{ij,p}^{EP}$: Costo de repotenciación de un tramo existente de red primaria entre los nodos i - j , tipo p [\$].
$C_{i,s}^{ESS}$: Costo de ampliación de una subestación existente en el nodo i , tipo s [\$].
$C_{i,g}^{NG}$: Costo de instalación de un GD nuevo en el nodo i , tipo g [\$].
$C_{ij,p}^{NP}$: Costo de instalación de un tramo nuevo de red primaria entre los nodos i - j , tipo s [\$].
$C_{\alpha_s}^{NP}$: Costo de instalación de un alimentador para suplir una carga α_s [\$].
$C_{i,s}^{NSS}$: Costo de instalación de una subestación nueva en el nodo i , tipo s [\$].
$C_{i,s}^{OSS}$: Costo de operación de una subestación en el nodo i , tipo s [\$].
$C_{ij,s}^{SEND}$: Costo de envío de energía del nodo i al nodo j , $\forall i,j \in \Omega_{NSD}$ [\$].
$C_{i,s}^T$: Costo total de planeación con un número de grupos de transformadores que conforman una subestación en el nodo i , tipo s [\$].
$C_{i,r}^{VR}$: Costo de instalación de un VR en el nodo i , tipo r [\$].
C_{kWh}	: Costo del kWh [\$].
C_o^{EU}	: Costo unitario de pérdidas de energía [\$].
C_{wis,α_s}^T	: Costo de pérdidas en el cobre del transformador de la subestación α_s con base en la potencia nominal de uno de los transformadores de la subestación i_s [\$].
$CapVR_i$: Capacidad o tipo del VR a instalar en el nodo i .

$CapVR_{maxdisp}$: Máxima capacidad o tipo VR disponible a instalar.
D_{xi_s}, D_{yi_s}	: Coordenadas subestación i_s .
DCh	: Duración de la curva de demanda para el periodo h .
DE	: Duración de la etapa de planeamiento en años.
$D_{i_s\alpha_s}$: Norma de la distancia entre a subestación α_s y la subestación i_s .
$D_{x\alpha_s}, D_{y\alpha_s}$: Coordenadas subestación α_s .
D_{xi}, D_{yi}	: Coordenadas subestación i .
$D_{x\alpha_s}, D_{y\alpha_s}$: Coordenadas subestación α_s .
$E_{max}(i)$: Máximo nivel de carga por unidad de tiempo del AE, tipo a .
$E_{min}(i)$: Míximo nivel de carga por unidad de tiempo del AE, tipo a .
$E_{i,r}^{VR}$: Número de VR instalados en el nodo i , tipo r [kW].
$E_{i,r}^{VRmax}$: Número de VR máximos instalados en el nodo i , tipo r [kW].
$E_{k,r}^{VR}$: Número de VR instalados en el sistema, tipo r [kW].
$E_{k,r}^{VRmax}$: Número de VR máximos instalados en el sistema, tipo r [kW].
f_{anual}	: Factor anual de costos a lo largo del horizonte de planeamiento.
F_{Ei_s,α_s}^T	: Pérdidas por histéresis del transformador de la subestación α_s en base a la potencia nominal a uno de los transformadores de la subestación i_s .
HA	: Número de horas en un año.
HP	: Horizonte de planeación.
$I_{ij,h}^{iP}$: Componente imaginaria de la corriente que circula por el tramo de red $i-j$, con calibre tipo p en el periodo h .
$I_{ij,p}^{NP}$: Corriente que circula por el tramo de red primaria entre los nodos $i-j$, tipo p en un periodo h [A].
$I_{\alpha_s}^{max}$: Límite máximo de corriente en un conductor que suple la carga α_s [A].
$I_{ij,h}^{RP}$: Componente real de la corriente que circula por el tramo de red $i-j$, con calibre tipo p en el periodo h .
$I_{ij,p}^{max}$: Límite máximo de corriente de un conductor primario tipo p [A].

k	: Costo de racionamiento en el nodo i .
k_1, k_2	: Costos generados por perdidas de energía.
kl	: Subíndice asociado a los nodos y los tramos de red SD.
$l_{i,s}^{OP}$: Carga fija, si la subestación i está operando.
$l_{i,s}^{max}$: Carga máxima permitida por la subestación, tipo s .
L_{ij}	: Longitud del tramo de red primaria entre los nodos $i-j$.
m_{pin}	: Inclinação de n-ésimo bloque de corriente de un conductor tipo p .
nN	: Número de bloques linealizados [\$].
$n_{i,d}$: Número de bancos de condensadores.
P^{SF}	: Factor de pérdidas.
PE_t	: Costo de la energía en la etapa t [\$-kWh].
$Q_{i,l}^n$: Potencia reactiva consumida en el nodo i , con un nivel de carga l .
R_i	: Racionamiento en el nodo i .
$R_{ij,p}$: Resistencia del tramo de red primaria entre los nodos $i-j$, tipo p [Ω].
$S_{i_s}^{cap}$: Capacidad de potencia de la subestación i_s en [MVA].
$S_{i,g}^{max}$: Límite máximo de potencia de un GD, tipo g [MVA].
$S_{i,s}^{max}$: Límite máximo de potencia de una subestación en el nodo i , tipo s [MVA].
$SoC_a^F(i)$: Estado final de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoCmax_a(i)$: Máximo nivel de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoCmin_a(i)$: Mínimo nivel de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoCmin_a(i,t)$: Límite mínimo de estado de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoCmax_a(i,t)$: Límite máximo de estado de carga del almacenador de energía, tipo a .
$tapVR_{ihf}$: Valor del tap del VR en la fase f del nodo i en el periodo de planeamiento h .
T^{Inf}	: Tasa de inflación.
T^{Int}	: Tasa de interes.
$T_{ij,kl}$: Matriz que indica si el tramo de red $i-j$ es la línea inmediatamente aguas arriba del tramo de red kl .
V^{nom}	: Tensión nominal [kV].

V_i^h	: Tensión en el nodo primario i en el periodo h [kV]
V_i^{max}	: Límite máximo de tensión en el nodo primario i [kV].
V_i^{min}	: Límite mínimo de tensión en el nodo primario i [kV].
W	: Valor numérico ($\dots \infty$).
$\Delta_{V_{\alpha_s}}^{max} \%$: Caída máxima de tensión porcentual en la carga α_s .
$C_{i,s}^{VESS}$: Costo variable de de una subestación existente en el nodo i , tipo s [\$].
$C_{i,s}^{VESS}$: Costo variable de una subestación nueva en el nodo i , tipo s [\$].
$C_{i,s}^{VNP}$: Costo variable de un tramo nuevo de red primaria, tipo s [\$].

Variables

$X_{ij,s}^{SEND}$: Cantidad de energía enviada de i - j , $\forall i,j \in \Omega_{NSD}$.
$Z_{ij,p}^{EP}$: Impedancia en el tramo existente i - j , con conductor tipo p [Ω].
$Z_{ij,p}^{NP}$: Impedancia en el tramo nuevo i - j , con conductor tipo p [Ω].
β	: Factor de corrección de distancia.
ζ^{Dnl}	: Tasa de descuento [%].
D_i	: Potencia demandada en el nodo i .
$E_{i,r}^{VR}$: Potencia activa del número de VR instalados en el nodo i , tipo r [kW].
$E_{i,r}^{VRmax}$: Potencia activa del número de VR máximos instalados en el nodo i , tipo r [kW].
$E_{k,r}^{VR}$: Potencia activa del número de VR instalados en el sistema, tipo r [kW].
$E_{k,r}^{VRmax}$: Potencia activa del número de VR máximos instalados en el sistema, tipo r [kW].
$I_{i,l}$: Corriente de carga l del nodo i [A].
$I_{ij,l}$: Corriente que circula por el tramo de red primaria entre los nodos i - j para un nivel de carga l [A].
$I_{ij,p}^h$: Corriente que circula por el tramo de red i - j , con calibre tipo p en el periodo h [A].
$I_{ij,p}^{EP+}, I_{ij,p}^{EP-}$: Variables auxiliares no negativas para obtener $ I_{ij,p}^{EP} $.
$I_{ij,p}^{EP}$: Corriente en tramo existente i - j , con conductor tipo p [A].
$\hat{I}_{ij,p}^{EP}$: Variable que representa el EP cuadrado de $I_{ij,p}^{EP}$ [A].
I_i^{ESS}	: Corriente en subestación existente i .
$I_{ij,h}^{IP}$: Componente imaginaria de la corriente que circula por el tramo de red i - j , con calibre tipo p en el periodo h [A].
$I_{ij,l}^h$: Corriente que circula por el tramo de red primaria entre los nodos i - j para un nivel de carga l , en el periodo h [A].
$I_{ij,p}^{NP+}, I_{ij,p}^{NP-}$: Variables auxiliares no negativas para obtener $ I_{ij,p}^{NP} $ [A].

$\hat{I}_{ij,p}$: Variable que representa el cuadrado de $I_{ij,P}$.
$\hat{I}_{ij,p}^{NP}$: Variable que representa el NP cuadrado de $I_{ij,p}^{NP}$ [A].
$I_{ij,p}^{NP}$: Corriente en tramo $i-j$, con conductor tipo p [A].
$I_{ij,h}^{RP}$: Componente real de la corriente en el tramo de red primaria $i-j$ en el periodo h , tipo p [A].
I_i^S	: Corriente que circula por la subestación i [A].
I_i^{SN}	: Corriente de repotencializador de subestación i [A].
$P_{\alpha_s}^D$: Potencia consumida por la carga α_s .
$P_{i,h}^D$: Potencia activa consumida en el nodo i , en el periodo h [kW].
$P_{i,s}^{ESS}$: Flujo de potencia activa que se suministra al nodo i por una subestación existente, tipo s .
$P_{i,h}^G$: Potencia activa generada en el nodo i , en el periodo h [kW].
$P_{ij,p}^{EPmax}$: Límite potencia activa de corriente en el tramo existente $i-j$, con conductor tipo p [A].
$P_{ij,p}^{NPmax}$: Límite potencia activa de corriente en el tramo nuevo $i-j$, con conductor tipo p [A].
$P_{ij,p,h}^{NP}$: Flujo de potencia activa por el tramo de red primaria $i-j$, tipo p en el periodo h [kW].
P_{ij}^{EP}	: Potencia en un tramo de red primaria existente entre los nodos $i-j$, tipo p [kW].
P_{ij}^{NP}	: Potencia en un tramo de red primaria nuevo entre los nodos $i-j$, tipo p [kW].
$P_{i,s}^{ESS}$: Flujo de potencia activa de una subestación existente en el nodo i , tipo s .
$P_{i,s}^{ESSmax}$: Límite de potencia activa de una subestación existente en el nodo i , tipo s .
P_{im}^{NP}	: Potencia inyectada en el nodo $i-m$ nuevo [kW].
P_{im}^{NPmax}	: Límite de potencia inyectada en el nodo $i-m$ nuevo [kW].
P_{im}^{EP}	: Potencia inyectada en el nodo $i-m$ existente [kW].
$P_{i,s}^{NSS}$: Flujo de potencia activa que se suministra al nodo i por una subestación nueva, tipo s .
$P_{i,s}^{NSSmax}$: límite de potencia activa que se suministra al nodo i por una subestación nueva, tipo s .
$P_{\alpha_s}^D$: Potencia consumida por la carga α_s .
$Q_{i,b}^{BC}$: Potencia reactiva del número de BC instalados en el nodo i , tipo b [VAR].
$Q_{i,b}^{BCmax}$: Potencia reactiva del número de BC máximos instalados en el nodo i , tipo b [VAR].
$Q_{k,b}^{BC}$: Potencia reactiva del número de BC instalados en el sistema, tipo b [VAR].
$Q_{k,b}^{BCmax}$: Potencia reactiva del número de BC máximos instalados en el sistema, tipo b [VAR].
$Q_{i,h}^D$: Potencia reactiva consumida en el nodo i , en el periodo h [kVAR].

$Q_{i,h}^G$: Potencia reactiva inyectada en el nodo i , en el periodo h [kVAR].
$Q_{ij,h}^{NP}$: Flujo de potencia reactiva por el tramo i - j con calibre en el periodo h [kVAR].
$R_{i_s\alpha_s}$: Resistencia del conductor del alimentador localizado entre la carga α y la subestación i_s [Ωkm].
$R_{ij,p}$: Resistencia del tramo de red primaria entre los nodos i - j , tipo p [Ω].
$R_{i\alpha}^s$: Resistencia del conductor del alimentador localizado entre la carga α y la subestación i [Ωkm].
$S_{i,l}^{AE}$: Potencia inyectada por un AE en el nodo i , para un nivel de carga l [MVA].
$S_{i,l}^{max}$: Potencia inyectada por una subestación en el nodo i , con nivel de carga l [MVA].
$S_{i,g}^{max}$: Potencia inyectada por un GD en el nodo i , tipo g [MVA].
$S_{i,l}^l$: Potencia inyectada por una subestación en el nodo i , para un nivel de carga l [MVA].
$S_{i,l}^D$: Potencia activa consumida en el nodo i , con un nivel de carga l [kW].
$S_{i,l}^G$: Potencia inyectada por un GD en el nodo i , para un nivel de carga l [MVA].
$S_{i,l}^S$: Potencia inyectada por una subestación en el nodo i , para un nivel de carga l [MVA].
$S_{i,l}^{VR}$: Potencia inyectada por un VR en el nodo i , para un nivel de carga l [MVA].
$SoC_a(i, t)$: Estado de carga del almacenador de energía, tipo a .
$SoC_a^0(i)$: Estado inicial de carga del AE, tipo a .
$V_{i,l}$: Tensión en el nodo primario i , para un nivel de carga l [kV].
V_i	: Tensión en el nodo primario i [kV].
V_j	: Tensión en el nodo primario j [kV].
y_i	: Variable de decisión en el uso del nodo i de paso.
$X_{ij,p}^{NP}$: Flujo de potencia activa por el tramo de red primaria i - j , tipo p [kVA].
$\sigma_{i,a}^{AE}$: Variable binaria de decisión para instalar un AE, tipo a .
$\sigma_{k,b}^{BC}$: Variable binaria de decisión en el sistema, tipo b .
$\sigma_{i,g}^{EG}$: Variable binaria de decisión para repotenciar un generador en el nodo i , tipo g .
$\sigma_{ij,p}^{EP}$: Variable binaria de decisión para repotenciar tramo existente i - j , tipo p .
$\sigma_{i,s}^{ESS}$: Variable binaria de decisión para repotenciar una subestación existente en el nodo i , tipo s .
$\sigma_{i,g}^{NG}$: Variable binaria de decisión para instalar un NG, tipo g .
$\sigma_{ij,p}^{NP}$: Variable binaria de decisión para instalar un tramo de red primaria nuevo entre los nodos i - j , tipo p .

- $\sigma_{i,s}^{NSS}$: Variable binaria de decisión para instalar una subestación nueva en el nodo i , tipo s .
 $\sigma_{i,g}^{OC}$: Variable binaria de decisión donde: [0 si la subestación i esta cerrada, $i \in \Omega_{NF}$, 1 si la subestación i esta abierta, $i \in \Omega_{NF}$.
 $\sigma_{i,s}^{OC}$: Variable binaria de decisión donde: [0 si subestación i no está operando, $\forall i \in \Omega_{NF}$, 1 si la subestación i está operando, $\forall i \in \Omega_{NF}$.
 $\sigma_{i,r}^{VR}$: Variable binaria de decisión para instalar un número de reguladores de tensión en el nodo i , tipo r .
 $\Delta_{ij,p,n}^{IEP}$: Valor n-ésimo de corriente en un tramo existente i - j , con conductor tipo p .
 $\Delta_{ij,p,n}^{INP}$: Valor n-ésimo de corriente en un tramo nuevo i - j de conductor tipo p .
 Δ_p^{Imax} : Límite máximo de corriente de un conductor tipo p .
 Δ_T : límite del periodo del planeamiento de la red primaria de un sistema de distribución p .
 $\Delta_{V_{\alpha_s}} \%$: Caída de tensión porcentual en la carga α_s .
 Δ_v : Caída de tensión p .

Capítulo 1

Generalidades en la planeación de sistemas de distribución de media tensión

1.1. Planteamiento y justificación del problema

El aumento del consumo de energía eléctrica de cargas existentes y la aparición de nuevas zonas debido a la construcción de sectores residenciales, comerciales e industriales, son factores que ocasionan que los operadores de red tengan que tomar acciones de una forma adecuada, con el fin de abastecer la cantidad de energía requerida.

El estudio del crecimiento de la demanda de energía eléctrica y el conjunto de estrategias planteadas para abastecer esta demanda se conoce como el planeamiento de sistemas de distribución (PSD). Si estas estrategias no son apropiadas se pueden presentar problemas como:

- Regulación de tensión por fuera de límites permitidos.
- Incremento de pérdidas técnicas.
- Sobrecargas en elementos.

- Pérdida de confiabilidad de la red.
- Sobrecostos en los proyectos.
- Empeoramiento de índices de continuidad y calidad del servicio.

Para evitar estos inconvenientes, en el PSD se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Aumento del calibre de los alimentadores existentes.
- Ampliación de las subestaciones existentes.
- Ubicación y dimensionamiento de nuevas subestaciones de distribución.
- Ubicación y dimensionamiento de nuevos tramos de red.
- Reconfiguración de la topología de la red.
- Reubicación de transformadores de distribución.
- Ubicación de elementos de protección y control para mejorar la confiabilidad en la red.

Para representar matemáticamente el problema del PSD, se han tradicionalmente empleado diversos modelos que consideran diferentes aspectos de diseño. Estos modelos pueden ser lineales, no lineales, lineal entero y no lineal entero mixto. Adicionalmente el PSD puede ser solucionado en una o varias etapas, lo cual impacta en la solución óptima del problema, y por supuesto, en el modelo matemático que debe considerarse.

Otros aspectos que se han empleado son el uso de elementos adicionales como reguladores de tensión, capacitores, generadores distribuidos, almacenadores de energía, reconectores y características de incertidumbre en algunos aspectos como la demanda o en fuentes de generación alternas.

Es importante resaltar que la selección de un modelo matemático para formular este problema incide directamente en la técnica de solución empleada, y además en los resultados obtenidos.

De acuerdo a esto, un modelo matemático planteado en forma inadecuada puede incidir en los planes de expansión de la red de media tensión que no sean económicamente atractivas para las empresas de distribución, o que no sean adecuados desde el punto de vista técnico-operativo.

Por lo anterior, en este Proyecto de Grado se pretende recopilar y analizar las ventajas y desventajas de los diferentes modelos matemáticos propuestos en la literatura, con el fin de proporcionar a los planeadores herramientas adicionales que sirvan de guía al solucionar el problema tratado.

1.2. Estado del arte

A continuación se ilustran los trabajos más relevantes alrededor de esta temática.

En 1981, Thompson y Wall [2], desarrollan un método que resuelve subproblemas de ubicación óptima de subestaciones, describiendo el problema de PSD con subestaciones a partir de un modelo matemático, donde realizan una descripción detallada del problema.

En 1985, Boardman y Meckiff [3], obtienen resultados de localización y capacidades apropiadas de los alimentadores mediante la utilización de un algoritmo de Branch and Bound y técnicas heurísticas, las cuales arrojan soluciones de gran calidad.

En 1992, Nara *et al* [4], buscan las capacidades y localización óptima de los alimentadores en un sistema de distribución tomando las subestaciones y las demandas como existentes y conocidas. La función objetivo utilizada representa los costos fijos y los variables linealizados, y está sujeta a restricciones técnicas de radialidad, capacidad de las líneas y transformadores, además de la restricción de caídas de tensión permisibles. Este modelo realiza estudios multietapa utilizando un algoritmo Branch Exchange.

En 1994, Miranda *et al* [5], tienen en cuenta costos de operación no lineales y aplican como técnica de solución algoritmos genéticos.

En 1998, Ramirez *et al* [6], presentan la aplicación de un nuevo algoritmo genético para la designación óptima de un sistema de distribución, usando en un modelo no lineal entero mixto, tano mono-objetivo como multi-objetivo.

En 2000, Lin *et al* [7], aplican un algoritmo evolutivo para resolver un modelo no lineal y no diferencial en el que se busca minimizar una función objetivo que representa los costos de confiabilidad de un sistema de distribución incluyendo además los costos por interrupción, las pérdidas de potencia por las líneas y los costos fijos.

En 2001, Ganjavi [8], propone un plan de expansión de alimentadores primarios y subestaciones existentes además del planeamiento de nuevas subestaciones y alimentadores. Plantea dos funciones objetivo: la primera que representa la minimización de los costos de diseño de la red y la segunda que representa la maximización de beneficios en relación con los costos, sujetos a restricciones de caída de tensión permisible, capacidad de conductores y subestaciones, costos de pérdidas en las líneas, valor de los equipos, costos de instalación o desinstalación de equipos y precio de la energía. Utiliza programación dinámica para solucionar el problema.

En 2002, Boulaxis *et al* [9], tienen en cuenta restricciones físicas de enrutamiento tales como obstáculos o secciones de líneas existentes además de las restricciones técnicas como caídas de tensión o capacidades térmicas de los conductores en busca de un enrutamiento óptimo de alimentadores primarios en una red de distribución teniendo en cuenta los costos de inversión, las pérdidas por las líneas y la confiabilidad. Proponen un nuevo algoritmo que consta de técnicas de programación dinámica y sistemas de información geográfica.

En 2003, Rivas e Irving [10], presentan un algoritmo genético aplicado especialmente al planeamiento óptimo de redes de distribución a gran escala. Éste algoritmo trabaja encontrando la mejor localización y dimensión de subestaciones y alimentadores minimizando los costos fijos de inversión y los costos variables o de operación.

En 2006, Carrano *et al* [11], utilizan un algoritmo genético aplicado a un problema combinatorial multiobjetivo con restricciones técnicas de la red y con funciones objetivo no lineales. En este trabajo los autores buscan minimizar los costos monetarios además de minimizar el índice de falla del sistema. La función objetivo de los costos monetarios tiene en cuenta costos de instalación, de mantenimiento y de pérdidas de energía a través de las líneas mientras que los costos debidos a fallas del sistema se traducen en costos de energía no suministrada y procedimientos de reinicialización del sistema.

En 2007, Dong *et al* [12], realizan una combinación entre algoritmos genéticos y algoritmos de colonia de hormigas que resuelve el problema de planeamiento de sistemas de distribución. El algoritmo resultante de esta combinación aprovecha la rápida respuesta del algoritmo genético ya que la velocidad del algoritmo de colonia de hormigas es baja. Mediante esta técnica de solución se busca minimizar los costos fijos de la red dados por su expansión y los costos variables dados por el consumo de energía teniendo en cuenta que se deben satisfacer las condiciones de confiabilidad. Estas condiciones

incluyen las caídas de tensión permisibles, capacidad de las líneas y de las subestaciones, además de la topología radial de la red. El modelo que se plantea es no lineal y los costos a minimizar se representan anualmente.

En 2008, Hincapié *et al* [13], presentan en 2008 un algoritmo de Branch and Bound para resolver el problema del planeamiento de sistemas de distribución de energía eléctrica considerando el dimensionamiento y localización de nuevas subestaciones, así como también las rutas y calibre óptimo de nuevos alimentadores primarios. El modelo matemático que describe el problema es del tipo lineal entero mixto.

En 2009, Kayo y Ooka [14], presentan un modelo multiobjetivo solucionado con algoritmos evolutivos.

En 2011, Franco *et al* [15], presentan un modelo de programación lineal entera mixta para la ubicación de capacitores y generación distribuida teniendo en cuenta la radialidad del sistema.

En 2013, Sousa [16], presenta un problema de programación lineal entero mixto enfocado en la solución de problemas de un PSD con técnicas clásicas de optimización.

En 2013, Franco *et al* [17], presentan un modelo de programación lineal entera mixta para la ubicación de reguladores de tensión en un sistema de distribución.

En 2014, Grajales [18], presenta un problema de planeación de sistemas de distribución considerando ubicación y dimensionamiento de condensadores y reguladores de tensión, utilizando el algoritmo de búsqueda tabú.

En 2015, Vahedi *et al* [19], presentan una aplicación óptima de la localización de subestaciones de subtransmisión, seleccionando un grupo de transformadores en una subestación determinada para obtener la ubicación óptima.

En 2017, Hincapié *et al* [20], presentan un nuevo modelo para la expansión de sistemas eléctricos de distribución con penetración de generación distribuida, considerando un planeamiento multietapa coordinado.

En 2018, Montoya *et al* [21], presentan una metodología eficiente para la selección óptima en sistemas de distribución por medio de la implementación de la técnica de optimización búsqueda Tabú.

En 2019, Barrenechea [22], presenta algoritmos linealizados de optimización en la planificación óptima de redes eléctricas en baja y media tensión, y microrredes eléctricas inteligentes.

1.3. Comentarios finales sobre el marco referencial

En la Tabla 1.1 se presenta un consolidado de los artículos descritos, destacando los aspectos más relevantes de cada uno de ellos. Las abreviaciones presentadas en esta tabla pueden ser consultadas en la nomenclatura.

Tabla 1.1: Estado del arte

Referencia	Año	Modelo Matemático					Función Objetivo		Técnica de solución			AE	GD	BC	VR
		PLE	PLBM	PLEM	PNL	PNLEM	Mo	Mu	OC	H	MH				
2	1981			x			x		x						
3	1985			x			x			x					
4	1992			x			x		x						
5	1994			x			x		x						
6	1997			x			x		x						
7	1998					x	x				x				
8	2000					x	x				x				
9	2001					x	x				x				
10	2002			x			x				x				
11	2003			x			x			x					
12	2006					x	x				x				
13	2007				x		x				x				
14	2008			x			x		x						
15	2009					x		x			x		x		
16	2011			x			x		x					x	
17	2013		x				x		x						
18	2013					x	x		x					x	x
19	2014			x			x				x			x	x
20	2015			x			x			x					
21	2017					x	x				x		x		
22	2018					x	x				x				
23	2019				x			x			x				

De la recopilación de artículos del estado del arte se puede resaltar que:

- Los artículos estudiados proponen modelos matemáticos para la solución PSD de media tensión en instalación de tramos de red primaria y subestaciones. También, en la literatura se encuentran trabajos relacionados con la planeación de estos sistemas que consideran elementos como generadores distribuidos, almacenadores de energía, bancos de capacitores y reguladores de tensión.
- En la tabla del estado del arte se puede apreciar que la mayoría de modelos propuestos tienen funciones monoobjetivo y pocos son los multiobjetivo, debido a la complejidad computacional y matemática en los problemas de PSD.
- Se observa en la litearatura especializada que cada vez es más importante la inclusión de AE, GD, BC y VR en el PSD.
- Por la complejidad de los problemas PSD y sus características, las técnicas más usadas son las metaheurísticas.
- Se observa que no existe un artículo que integre en un solo modelo la PSD de forma tradicional, en conjunto con la ubicación de elementos como AE, GD, BC y VR.

1.4. Aspectos generales de los modelos matemáticos

En la Figura 1.1 se puede apreciar un ejemplo ilustrativo de una parte del sistema de distribución eléctrica compuesto por subestaciones y centros de demanda apreciando posibles rutas por donde fluye la potencia, donde cada una de las posibles rutas en la que se puede construir una línea llevará asociada dos variables continuas representativas del flujo de potencia (o corriente). En la Figura 1.2 aparecen arcos con flechas que indican la posible dirección del flujo de potencia. Cada arco tiene asociada una variable continua la cual esta representada por X_{i-j} para el arco cuya flecha va del nodo i al j y por la variable X_{j-i} para el otro arco.

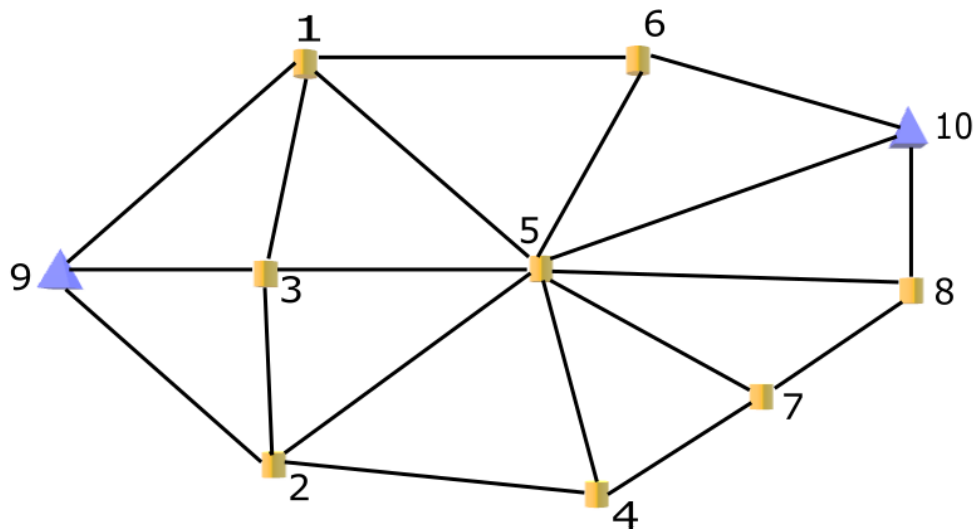


Figura 1.1: Subestaciones y centros de demanda

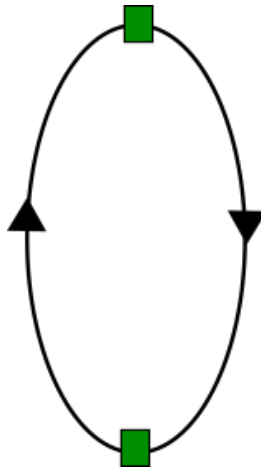


Figura 1.2: Dirección del flujo de potencia

Al colocar dos arcos, teniendo en cuenta dos variables continuas para cada línea, si una de estas variables no es nula, la otra debe ser obligatoriamente nula, ya que siendo otro caso no se obtendría el costo mínimo del proceso de optimización. En este sentido, aumentar la cantidad de potencia que circula por una línea eléctrica afecta la función objetivo, aumentando su valor. Transportar dos valores de potencia en sentidos opuestos en una línea podría parecer inicialmente un resultado matemático posible, pero el proceso de optimización siempre forzará a alcanzar un valor nulo de, al menos, uno de los dos posibles flujos de potencia en cada una de las líneas eléctricas ya sean, existentes o nuevas.

Una solución posible al diseño óptimo planteado en la Figura 1.1 se muestra en la Figura 1.3, ya que representa el conjunto de líneas y subestaciones óptimas. En la práctica es conveniente tener varias soluciones, por lo que si sus costos son similares se puede seleccionar bajo otro parámetro técnico. Por ello en un diseño óptimo de distribución de redes eléctricas se debe conducir a un criterio de diversas soluciones para que al momento de ampliar el sistema de distribución este técnicamente pueda seguir siendo óptimo para futuras cargas; por tanto, se han planteado diversos modelos matemáticos para la posible solución de la problemática tratada.

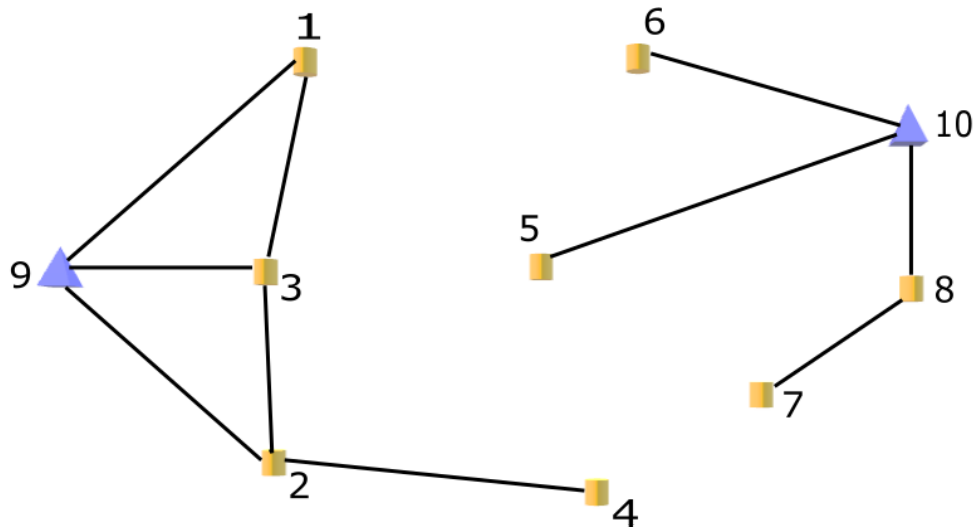


Figura 1.3: Conjunto de líneas y subestaciones óptimas

Además de las variables continuas que representan los flujos de potencia, también se tienen unas variables binarias que representan el uso de las posibles rutas que se hayan propuesto inicialmente para la instalación de líneas eléctricas. Se tendrán diferentes tamaños posibles de conductores para la construcción de las líneas eléctricas, los cuales poseerán una variable binaria que los represente; esta adoptará un valor de cero si no se utiliza dicho tamaño de conductor para la construcción de la línea eléctrica y un valor de uno si se construye utilizándolo. Las variables binarias también hacen parte de los costos fijos asociados a las líneas eléctricas que forman parte de la función objetivo junto a los costos variables.

Con respecto a las subestaciones de distribución, se deben tener en cuenta aspectos similares a los que se nombraron para las líneas eléctricas: se utilizan variables continuas para representar los límites máximos de capacidad de potencia y variables binarias para determinar su ubicación y tamaño (tipo).

Es importante tener en cuenta que existen muchas maneras de modelar el planeamiento de sistemas secundarios de distribución, pero los más usados son del tipo no lineal entero mixto, pues se considera el más completo. Es no lineal debido a que existe una multiplicación de variables en las ecuaciones de balance nodal (Ley de Kirchhoff) y la magnitud de la corriente elevada al cuadrado en el costo de las pérdidas de energía eléctrica. Es entero mixto pues combina variables enteras y continuas (capacidad de los elementos y corrientes o tensiones, respectivamente).

Finalmente en los modelos son conocidos de antemano los costos de inversión y las diferentes posibilidades de ubicación de los elementos (líneas eléctricas o subestaciones).

1.5. Estructura del documento

Este documento está organizado de la siguiente forma. El Capítulo 2 presenta la formulación matemática del problema de ubicación óptima de subestaciones. El Capítulo 3 describe el modelo empleado para seleccionar adecuadamente los conductores para una red primaria. En el Capítulo 4 se detallan los modelos lineales empleados para formular la planeación de redes de media tensión. En el Capítulo 5 se presenta un modelo matemático no lineal sin GD y con GD. En el Capítulo 6 se plantea un modelo nuevo. Después se presentan las conclusiones y recomendaciones y finalmente se encuentran las referencias bibliográficas.

Es importante aclarar que en este documento se empleo nomenclatura unificada en la presentación de los modelos matemáticos propuestos.

Capítulo 2

Ubicación óptima de subestaciones

La ubicación óptima de subestaciones en sistemas de distribución es de gran relevancia ya que es el punto de enlace entre los sistemas de transmisión (o subtransmisión) y los sistemas de distribución. Una inadecuada ubicación o dimensionamiento puede afectar tanto los costos de la planeación de redes de transmisión como de distribución. A pesar de su importancia, son pocos los artículos dedicados a solucionar este tipo de problemática. A continuación se exponen dos modelos matemáticos cuyos aspectos considerados abordan diferentes características.

2.1. Modelo 1

El modelo matemático que se presenta a continuación fue propuesto por Thompson y Wall en [2], y está descrito por las ecuaciones (2.1)-(2.6). Este modelo es del tipo lineal entero mixto, en el cual la función objetivo (2.1) minimiza los costos de operación y de inversión. El primer término está asociado al costo de operación en función de la cantidad de potencia que inyecta al sistema. El segundo término representa el costo de entrar en operación dicha subestación.

El conjunto de restricciones está descrito por las ecuaciones (2.2)-(2.6). Las ecuaciones (2.2)-(2.3) representan ecuaciones de balance nodal, donde la constante W es un número mayor que la suma de las potencias inyectadas y demandadas. Las ecuaciones (2.4)-(2.5) aseguran que la capacidad de tramos de red y subestaciones no sea superada. La ecuación (2.6) describe la naturaleza de las variables

(binarias).

Se puede observar que si las variables binarias de las subestaciones están fijas en cero o uno, el modelo de las ecuaciones (2.1)-(2.4) es un problema típico de transporte.

$$\min OF = \left(\sum_{i \in \Omega_{NSD}} \sum_{j \in \Omega_{NSD}} C_{ij,s}^{SEND} \times X_{ij,s}^{SEND} + \sum_{i \in \Omega_{NS}} \sigma_{i,s}^{OC} \times l_{i,s}^{OP} \right) \quad (2.1)$$

s. a.

$$\sum_{j \in \Omega_{NSD}} X_{ij,s}^{SEND} = a_i + W \quad \forall i \in \Omega_{NSD} \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{NSD}} X_{ij,s}^{SEND} = b_j + W \quad \forall j \in \Omega_{NSD} \quad (2.3)$$

$$0 \leq X_{ij,s}^{SEND} \leq S_{ij,s}^{max} \quad \forall ij \in \Omega_{NSD}; \forall j \in \Omega_{NF} \quad (2.4)$$

$$0 \leq l_{i,s}^{OP} \leq \sigma_{i,s}^{OC} \times S_{ij,s}^{max} \quad \forall i \in \Omega_{NS} \quad (2.5)$$

$$\sigma_{i,s}^{OC} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_{NS} \quad (2.6)$$

2.2. Modelo 2

El modelo matemático que se presenta a continuación fue propuesto por Vahedi *et al* en [19], y está descrito por las ecuaciones (2.7)-(2.11). Este modelo es del tipo no lineal entero mixto, en el cual la función objetivo (2.7) minimiza los costos de inversión y operación de subestaciones y tramos de red de media tensión que alimenta la subestación.

En la primera fila de la función objetivo hay dos términos. El primer término está asociado al costo de inversión de nuevas subestaciones y ampliación de existentes. El segundo término representa el costo de operación de las subestaciones. El tercer término (segunda fila) está asociado al costo de instalación de los tramos de red de media tensión que alimenta la subestación. El último término es el costo de pérdidas en los tramos de red.

El conjunto de restricciones está descrito por las ecuaciones (2.8)-(2.11). Las ecuaciones (2.8) y (2.9) aseguran que la capacidad de subestaciones y tramos de red no sea superada. Las ecuaciones (2.10) y (2.11) garantizan que la regulación de tensión quede dentro de unos límites permitidos.

$$\min OF = \left(\begin{aligned} & \sum_{i_s \in \Omega_{KS}} C_{i,s}^{NSS} + \left(\sum_{\alpha_s \in \Omega_{TRS}} C_o^{EU} \times HA \times \left[FE_{i\alpha_s}^T + P^{SF} \times C_{ui_s\alpha_s}^T \times \left(\frac{S_{i,l}^S}{S_{i_s}^{cap}} \right)^2 \right] \right) \\ & + \sum_{\alpha_s \in \Omega_{CG}} \beta \times \sqrt{(D_{x\alpha_s} - D_{xi_s})^2 + (D_{y\alpha_s} - D_{yi_s})^2} \times C_{\alpha_s}^{NP} + \\ & \sum_{\alpha_s \in \Omega_{CG}} HA \times P^{SF} \times C_o^{EU} \times \left(\frac{(P_{\alpha_s}^D)^2 \times D_{i_s\alpha_s} \times R_{i_s\alpha_s}^S}{(|V^{nom}|)^2} \right) \end{aligned} \right) \quad (2.7)$$

s. a.

$$S_{i,l}^S \leq l_{i,s}^{max} \times S_{i_s}^{cap} \quad \forall i \in \Omega_{NSS} \quad (2.8)$$

$$\frac{P_{\alpha_s}^D}{V^{nom}} < I_{\alpha_s}^{max}$$

$$\forall i \in \Omega_{NSS}; \alpha \in \Omega_{CE} \quad (2.9)$$

$$\Delta V_{\alpha_s} \% = \left(\frac{P_{\alpha_s}^D}{(V^{nom})^2} \right) \times D_{i_s \alpha_s} \times (R_{i_s \alpha_s}^S \times \cos \phi + \sin \phi) \times 100$$

$$\forall i \in \Omega_{NSS}; \forall l \in \Omega_{CG} \quad (2.10)$$

$$\Delta V_{\alpha_s} \% \leq \Delta_{V_{\alpha_s}}^{max} \%$$

$$\forall i \in \Omega_{NSS}; \forall l \in \Omega_{CG} \quad (2.11)$$

Donde:

$$S_{i,l}^S = \sum_{i_s \in \Omega_{CG}} P_{\alpha_s}^D + \frac{(P_{\alpha_s}^D)^2 \times D_{i_s \alpha_s} \times R_{i_s \alpha_s}}{(|V^{nom}|)^2}$$

Capítulo 3

Selección óptima de conductores

Un factor que influye directamente en los costos de la planeación de sistemas de distribución es la selección óptima de los conductores que se instalarán en la red. Su adecuada selección depende de las características operativas de la red; para los tramos nuevos se tiene en cuenta un grupo de diferentes tipos de calibre conociendo con anterioridad la topología de los alimentadores y para los tramos ya existentes se busca mejorar las características operativas como las pérdidas por efecto Joule, o sustituir de manera eficiente las redes que ya han cumplido su vida útil.

Debido a la importancia que tiene para la red de distribución satisfacer la demanda correctamente, es necesario contar con herramientas que permitan realizar la expansión del sistema eléctrico de manera eficiente y con el menor costo posible, por lo que se propone un modelo matemático no lineal entero mixto para solucionar el problema de selección óptima de conductores en sistemas de distribución [21].

La función objetivo se presenta en la ecuación (3.1) y corresponde a una función de costos de inversión y operación para un periodo de un año; la primer componente representa pérdidas técnicas producidas por calentamiento de conductores debido al flujo de corriente y la segunda componente es el costo de inversión de los calibres de los conductores.

Para la correcta operación del sistema de distribución se consideran las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva representadas por (3.2) y (3.3), la regulación de tensión en los nodos y la capacidad térmica de los tramos de red se muestran en (3.4) y (3.5), respectivamente [21].

La ecuación (3.6) garantiza que la red sea de naturaleza telescópica por lo que determina el conjunto necesario de ecuaciones relacionadas con los tramos de red kl que se encuentran aguas arriba del tramo de red ij [20].

Se define la ecuación (3.7) que implica que en cada tramo de red ij debe existir un conductor con calibre tipo c , y en la ecuación (3.8) se define la naturaleza binaria de las variables de decisión [21].

$$\min OF = 3 \times \left(\begin{array}{l} C_{kWh} \times \sum_{ij \in \Omega_{PF}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} \sum_{h \in \Omega_H} L_{ij} \times \sigma_{ij,p}^{NP} \times DC_h \times R_{ij,p} |I_{ij,p}^h|^2 + \\ C_{kWh} \times \sum_{ij \in \Omega_{PF}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} L_{ij} \times \sigma_{ij,p}^{NP} \times C_{ij,p}^{NP} \end{array} \right) \quad (3.1)$$

s. a.

$$P_{i,h}^G - P_{i,h}^D = \sum_{ij \in \Omega_{PF}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP} \times P_{ij,h}^{NP} \quad \forall i \in \Omega_{ip}; \forall h \in \Omega_H \quad (3.2)$$

$$Q_{i,h}^G - Q_{i,h}^D = \sum_{ij \in \Omega_{PF}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP} \times Q_{ij,h}^{NP} \quad \forall i \in \Omega_{ip}; \forall h \in \Omega_H \quad (3.3)$$

$$V_i^{\min} \leq V_{i,h} \leq V_i^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{ip}; \forall h \in \Omega_H \quad (3.4)$$

$$\sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP} \left((I_{ij,h}^{RP})^2 + (I_{ij,h}^{IP})^2 \right) \leq \sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP} \times (I_{ij,p}^{\max})^2 \quad \forall ij \in \Omega_{PF}; \forall h \in \Omega_H \quad (3.5)$$

$$\sum_{kl \in \Omega_{PF}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{kl,p}^{NP} \times a_p \times T_{ij,kl} \geq \left(\sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP} \times a_p \right) \times \left(\sum_{kl \in \Omega_{PF}} T_{ij,kl} \right) \quad (3.6)$$

$$\forall kl \in \Omega_{PF}$$

$$\sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP} = 1 \quad (3.7)$$

$$\forall ij \in \Omega_{PF}$$

$$\sigma_{ij,p}^{NP} \in \{0, 1\} \quad (3.8)$$

$$\forall ij \in \Omega_{PF}$$

Capítulo 4

Planeación de redes de media tensión usando modelos lineales

Han sido muchos los modelos escritos para formular el problema de la PSD en media tensión. Sin embargo, existen algunos que son planteados como modelos lineales, debido a la facilidad de su solución al ser comparados con los no lineales. A continuación se exponen dos modelos con características diferentes. El primero es un modelo lineal entero mixto y el segundo es no lineal entero mixto, el cual fue posteriormente linealizado.

4.1. Modelo Lineal

Este modelo matemático presenta el planeamiento de sistemas de distribución de energía eléctrica, el cual considera la ubicación y dimensionamiento de nuevas subestaciones y alimentadores, y la reconductorización de alimentadores existentes. El modelo empleado es del tipo lineal entero mixto (PLEM) [13].

La función objetivo se describe a través de la ecuación (4.1), donde los dos primeros términos hacen referencia al costo fijo de instalación de nuevos alimentadores y ampliación de existentes (reconductorización). El tercer y cuarto término es el costo fijo de instalación de nuevas subestaciones

y ampliación de existentes. El último término está asociado al costo de pérdidas en los tramos de red del sistema. Se puede observar que la corriente no está elevada al cuadrado, por lo que este término es tratado de forma lineal.

El conjunto de restricciones ((4.2)-(4.7)) representan características técnico operativas del sistema. La ecuación (4.2) representa el balance de potencia en todos los nodos del sistema. Las ecuaciones (4.3) y (4.6) aseguran que no hayan tramos de red ni subestaciones sobrecargados en la configuración final. Las ecuaciones (4.4) y (4.7) garantizan que no se instale más de un conductor o tipo de subestación en un tramo de red o un nodo, respectivamente. La ecuación (4.3) asegura que no se viole el límite de tensión máximo permitido.

$$\min OF = \left(\begin{aligned} & \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{NP} \times \sigma_{ij,p}^{NP} + \sum_{ij \in \Omega_{EP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{EP} \times \sigma_{ij,p}^{EP} + \\ & \sum_{i \in \Omega_{NSS}} \sum_{s \in \Omega_{TSS}} C_{i,s}^{NSS} \times \sigma_{i,s}^{NSS} + \sum_{i \in \Omega_{ESS}} \sum_{s \in \Omega_{TSS}} C_{i,s}^{ESS} \times \sigma_{i,s}^{ESS} + \\ & k_1 \sum_{l=1}^{nL} \sum_{ij \in \Omega_{PF}} \sum_{p \in \Omega_{TS}} k_2 \times R_{ij,p} \times \left[I_{ij,l} \left(\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP} \right) \right] \end{aligned} \right) \quad (4.1)$$

s.a.

$$S_{i,l}^D = S_{i,l}^S + \sum_{j \in \Omega_{ip}} V_{i,l} \left[\sum_{p \in \Omega_{TP}} \left(\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP} \right) I_{ij,l}^* \right] \quad \forall i \in \Omega_{PN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (4.2)$$

$$I_{ij,l} \leq I_{ij,p}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega_{PF}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall c \in \Omega_{TP} \quad (4.3)$$

$$\sum_{p \in \Omega_{TP}} (\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP}) \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_{PF} \quad (4.4)$$

$$V_i^{\min} \leq V_{i,l} \leq V_i^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{PN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (4.5)$$

$$S_{i,l}^D \leq S_{i,s}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{SS}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall d \in \Omega_{TSS} \quad (4.6)$$

$$\sum_{s \in \Omega_{TSS}} (\sigma_{ij,p}^{NSS} + \sigma_{ij,p}^{ESS}) \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_{SS} \quad (4.7)$$

4.2. Modelo Linealizado

El modelo matemático que se presenta a continuación fue propuesto por Souza *et al* en [16], y está descrito por las ecuaciones (4.8)-(4.27). Este modelo es del tipo lineal entero mixto, en el cual se linealizaron sus términos no lineales (pérdidas de potencia y segunda ley de Kirchhoff).

La función objetivo de la ecuación (4.8) minimiza los costos de operación y de inversión en tramos de red y subestaciones. Los dos primeros términos están asociados al costo de inversión en nuevos tramos de red y reconductorización de existentes. El tercer y quinto término son los costos de inversión de nuevas subestaciones y ampliación de existentes. El cuarto término es el costo de racionamiento. Los dos últimos términos son el costo de pérdidas en tramos de red existentes y nuevos, respectivamente.

El conjunto de restricciones está descrito por las ecuaciones (4.9)-(4.27). La ecuación (4.9) representa el balance de corrientes en todos los nodos del sistema (primera ley de Kirchhoff). Las ecuaciones (4.10) y (4.12) expresan la magnitud de la corriente en circuitos existentes y nuevos, respectivamente, para cada tipo de conductor. Las ecuaciones (4.11) y (4.13) garantizan que la magnitud de la corriente en circuitos existentes y nuevos, no supere los límites permitidos.

Las ecuaciones (4.14)-(4.21) denotan un conjunto de expresiones lineales, donde $M_{p,n}$ y $\Delta_p^{I_{max}}$ son parámetros constantes. Los términos $I_{ij,P}^{EP+}$ y $I_{ij,P}^{EP-}$ son variables auxiliares no negativas para obtener $|I_{ij,P}^{EP}|$ como se muestra en la ecuación (4.14). La ecuación (4.15) es una aproximación lineal del cuadrado de $I_{ij,P}^{EP}$. La ecuación (4.16) define que $|I_{ij,P}^{EP}|$ es igual a la suma del valor de cada bloque de linealización y la ecuación (4.17) define los límites mínimos y máximos de contribución de cada bloque de linealización de $|I_{ij,P}^{EP}|$. Las ecuaciones (4.18) y (4.19) expresan la naturaleza positiva de las variables. Las ecuaciones (4.20) y (4.21) expresan a que son iguales $M_{p,n}$ y $\Delta_p^{I_{max}}$, respectivamente.

Análogamente se considera que $\hat{I}_{ij,P}^{EP}$ es una variable que representa el cuadrado de las corrientes en circuitos nuevos. Así mismo, el término $(I_{ij,P}^{EP})^2$ puede ser linealizado y descrito por las ecuaciones (4.22)-(4.27). Se puede observar que las ecuaciones (4.22)-(4.27) son expresiones lineales. Los términos $I_{ij,P}^{EP+}$ y $I_{ij,P}^{EP-}$ son variables auxiliares no negativas para obtener $|I_{ij,P}^{EP}|$ como se describe en la ecuación (4.22). La ecuación (4.23) es una aproximación lineal del cuadrado de $|I_{ij,P}^{EP}|$. La ecuación (4.24) define que $|I_{ij,P}^{EP}|$ es igual a la suma del valor de cada bloque de linealización. La ecuación (4.25) define los límites mínimos y máximos que contribuye cada bloque de linealización de $|I_{ij,P}^{EP}|$. Finalmente las ecuaciones (4.26) y (4.27) permiten obtener el límite máximo y mínimo, respectivamente de $|I_{ij,P}^{EP}|$.

$$\min OF = \left(\begin{array}{l} \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{NP} \times \sigma_{ij,p}^{NP} + \sum_{ij \in \Omega_{EP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{EP} \times \sigma_{ij,p}^{EP} + \\ \sum_{i \in \Omega_{NSS}} I_i^s \times C_{i,s}^{NSS} + k_1 \sum_{i \in \Omega_{ip}} R_i + \sum_{i \in \Omega_{ESS}} C_{i,s}^{ESS} \times \sigma_{i,s}^{ESS} + \\ k_1 \sum_{ij \in \Omega_{EP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} R_{ij,p}^{EP} \times I_{ij,p}^{EP} + k_2 \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} R_{ij,p}^{NP} \times I_{ij,p}^{NP} \end{array} \right) \quad (4.8)$$

$$I_{i,l} - R_i = \sum_{ij \in \Omega_{EP}} \sum_{ij \in \Omega_{TP}} I_{ij,p}^{EP} - \sum_{ij \in \Omega_{EP}} \sum_{ij \in \Omega_{TP}} I_{ij,p}^{EP} + \quad (4.9)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{ij \in \Omega_{TP}} I_{ij,p}^{NP} - \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{ij \in \Omega_{TP}} I_{ij,p}^{NP} + I_i^S$$

$$\forall i \in \Omega_{ip}$$

$$\sum_{p \in \Omega_{TP}} I_{ij,p}^{EP} \times Z_{ij,p}^{EP} = (V_i - V_j) \quad (4.10)$$

$$\forall ij \in \Omega_{EP}$$

$$-I_{ij,p}^{\text{máx}} \times \sigma_{ij,p}^{EP} \leq I_{ij,p}^{EP} \leq I_{ij,p}^{\text{máx}} \times \sigma_{ij,p}^{EP} \quad (4.11)$$

$$\forall ij \in \Omega_{EP}, \forall p \in \Omega_{TP}$$

$$-\Delta_v \times (1 - \sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP}) \leq \sum_{p \in \Omega_{TP}} Z_{ij,p}^{NP} \times I_{ij,p}^{NP} - (V_i - V_j) \leq \Delta_v \times (1 - \sum_{p \in \Omega_{TP}} \sigma_{ij,p}^{NP}) \quad (4.12)$$

$$\forall ij \in \Omega_{NP}$$

$$-I_{ij,p}^{\text{max}} \times \sigma_{ij,p}^{NP} \leq I_{ij,p}^{NP} \leq I_{ij,p}^{\text{max}} \times \sigma_{ij,p}^{NP} \quad (4.13)$$

$$\forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP}$$

$$I_{ij,p}^{EP} = I_{ij,p}^{EP+} - I_{ij,p}^{EP-} \quad (4.14)$$

$$\forall ij \in \Omega_{EP}, \forall p \in \Omega_{TP}$$

$$\hat{I}_{ij}^{EP} = \sum_{n=1}^N M_{p,n} \times \Delta_{ij,n}^{IEP} \quad (4.15)$$

$$\forall ij \in \Omega_{EP}, \forall p \in \Omega_{TP}$$

$$I_{ij,p}^{EP+} + I_{ij,p}^{EP-} = \sum_{n=1}^N \Delta_{ij,n}^{IEP} \quad (4.16)$$

$$\forall ij \in \Omega_{EP}, \forall p \in \Omega_{TP}$$

$$0 \leq \Delta_{ij,p,n}^{IEP} \leq \Delta_p^{Imax} \quad \forall ij \in \Omega_{EP}, \forall p \in \Omega_{TP}, n = 1 \dots N \quad (4.17)$$

$$0 \leq I_{ij,p}^{EP+} \quad \forall ij \in \Omega_{EP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.18)$$

$$0 \leq I_{ij,p}^{EP-} \quad \forall ij \in \Omega_{EP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.19)$$

$$M_{p,n} = (2n - 1) \times \Delta_p^{Imax} \quad \forall p \in \Omega_{TP}, n = 1 \dots N \quad (4.20)$$

$$\Delta_p^{Imax} = \frac{I_{ij,p}^{max}}{N} \quad \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.21)$$

$$I_{ij,p}^{NP} = I_{ij,p}^{NP+} - I_{ij,p}^{NP-} \quad \forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.22)$$

$$\hat{I}_{ij,p}^{NP} = \sum_{n=1}^N \Delta_{ij,p,n}^{INP} \times M_{p,n} \quad \forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.23)$$

$$I_{ij,p}^{NP+} + I_{ij,p}^{NP-} = \sum_{n=1}^N \Delta_{ij,n}^{INP} \quad \forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.24)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,p,n}^{INP} \leq \Delta_p^{Imax} \quad \forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP}, n = 1 \dots N \quad (4.25)$$

$$0 \leq I_{ij,p}^{NP+} \quad \forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.26)$$

$$0 \leq I_{ij,p}^{NP-} \quad \forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (4.27)$$

Capítulo 5

Planeación de redes de media tensión usando modelos no lineales

En los últimos años han surgido nuevos elementos que han sido conectados a la red eléctrica con el fin de mejorar condiciones técnicas y operativas. Entre estos elementos se destacan los generadores distribuidos, los cuales permiten mejorar la regulación de tensión y cargabilidades de elementos, disminuir los índices de pérdidas técnicas y aumentar la confiabilidad de la red. Debido a esto, en este capítulo se ilustran dos modelos matemáticos del tipo no lineal entero mixto, con la diferencia de que en el segundo se ilustra la penetración de los generadores distribuidos.

5.1. Modelo no lineal en MT sin generación distribuida

El modelo matemático que se presenta a continuación fue propuesto por Ramírez *et al* en [6], y está descrito por las ecuaciones (5.1)-(5.6). Este modelo es del tipo no lineal entero mixto, y no considera la ubicación de GD.

La función objetivo de la ecuación (5.1) minimiza los costos de operación y de inversión en tramos de red y subestaciones. El primer término está asociado al costo de inversión y operación de nuevos tramos de red. El segundo término es el costo de inversión y operación de nuevas subestaciones. Los dos últimos términos están asociados al costo de operación (pérdidas) en tramos de red existentes y

subestaciones existentes, respectivamente.

El conjunto de restricciones está descrito por las ecuaciones (5.2)-(5.6). La ecuación (5.2) representa el balance de potencia en todos los nodos del sistema (primera ley de Kirchhoff). Las ecuaciones (5.3) y (5.4) garantizan que no se presenten tramos de red nuevos y existentes por encima de su capacidad nominal, respectivamente. Las ecuaciones (5.5) y (5.6) aseguran que no se viole la capacidad de subestaciones nuevas y existentes, respectivamente.

$$\min OF = \left(\begin{aligned} & \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{NP} \times \sigma_{ij,p}^{NP} + C_{ij,p}^{VNP} \times [(P_{ij,p}^{NP})^2 + (P_{ji,p}^{NP})^2] + \\ & \sum_{i \in \Omega_{NSS}} \sum_{s \in \Omega_{TSS}} (C_{i,s}^{NSS} \times \sigma_{i,s}^{NSS} + C_{i,s}^{VNSS} \times (P_{i,s}^{NSS})^2) + \\ & \sum_{ij \in \Omega_{VEP}} C_{ij,p}^{EP} \times [(P_{ij,p}^{EP})^2 + (P_{ji,p}^{EP})^2] + \sum_{i \in \Omega_{ESS}} C_{i,s}^{VESS} \times (P_{i,s}^{ESS})^2 \end{aligned} \right) \quad (5.1)$$

$$D_i - P_{i,s}^{ESS} - \sum_{s \in \Omega_{TSS}} P_i^{NSS} = \sum_{i \in \Omega_{PN}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} (P_{im}^{NP} - P_{mi}^{NP}) + \sum_{i \in \Omega_{ip}} (P_{im}^{EP} - P_{mi}^{EP}) \quad (5.2)$$

$$0 \leq (P_{ij,p}^{NP}) \leq P_{ij,p}^{NPmax} \times \sigma_{ij,p}^{NP} \quad 0 \leq (P_{ji,p}^{NP}) \leq P_{ij,p}^{NPmax} \times \sigma_{ij,p}^{NP} \\ \forall ij \in \Omega_{NP}, \forall p \in \Omega_{TP} \quad (5.3)$$

$$0 \leq (P_{ij,p}^{EP}) \leq P_{ij,p}^{EPmax} \quad 0 \leq (P_{ji,p}^{EP}) \leq P_{ij,p}^{EPmax} \\ \forall ij \in \Omega_{NP} \quad (5.4)$$

$$0 \leq (P_{i,s}^{NSS}) \leq P_{i,s}^{NSSmax} \times \sigma_{i,s}^{NSS} \\ \forall i \in \Omega_{PN}; \forall s \in \Omega_{TSS} \quad (5.5)$$

$$0 \leq (P_{i,s}^{ESS}) \leq P_{i,s}^{ESSmax} \quad \forall s \in \Omega_{ESS} \quad (5.6)$$

5.2. Modelo no lineal en MT con generación distribuida

El modelo matemático que se presenta a continuación fue propuesto por Hincapié *et al* en [20], y está descrito por las ecuaciones (5.7)-(5.15). Este modelo es del tipo no lineal entero mixto, y considera la ubicación de GD.

La función objetivo de la ecuación (5.7) minimiza los costos de operación y de inversión en tramos de red, subestaciones y generadores distribuidos. Los dos primeros términos están asociados a costos de inversión en tramos nuevos y reconductorización de existentes, respectivamente. Los términos tres y cuatro son los costos de inversión en subestaciones nuevas y amplicación de existentes, respectivamente. Los términos cinco y seis reflejan los costos de inversión en GD nuevos y amplicación de existentes, respectivamente. El último término está asociado al valor de las pérdidas técnicas de energía en tramos de red del sistema. Todos los costos son expresados en valores anualizados por medio de la constante f_{anual} .

El conjunto de restricciones está descrito por las ecuaciones (5.8)-(5.15). La ecuación (5.8) representa el balance de potencia en todos los nodos del sistema. Las ecuaciones (5.9), (5.10) y (5.11) aseguran que no se presenten sobrecargas en tramos de red, subestaciones y GD, respectivamente. La ecuación (5.12) evita que la magnitud de los límites de tensión exceda su valor máximo permitido. Las ecuaciones (5.13), (5.14) y (5.15) garantizan que un solo tipo de conductor, subestación o GD se instale en una sección o nodo de la red.

$$\begin{aligned}
\min OF = & f_{\text{annual}} \times \left(\begin{aligned} & \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{NP} \times \sigma_{ij,p}^{NP} + \sum_{ij \in \Omega_{EP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{EP} \times \sigma_{ij,p}^{EP} \\ & \sum_{i \in \Omega_{NSS}} \sum_{s \in \Omega_{TSS}} (C_{i,s}^{NSS} \times \sigma_{i,s}^{NSS}) + \sum_{i \in \Omega_{ESS}} \sum_{s \in \Omega_{TSS}} (C_{i,s}^{ESS} \times \sigma_{i,s}^{ESS}) \\ & \sum_{i \in \Omega_{NG}} \sum_{g \in \Omega_{TG}} (C_{i,g}^{NG} \times \sigma_{i,g}^{NG} + \sum_{i \in \Omega_{EG}} \sum_{g \in \Omega_{TG}} (C_{i,g}^{EG} \times \sigma_{i,g}^{EG}) + \\ & \zeta^{DEnl} \times \left(\sum_{l=1} \sum_{j \in \Omega_{PF}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} DC_h \times DE \times PE + \right. \\ & \left. (I_{ij,l}^h)^2 \times R_{ij,p} \times (\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP}) \right) \end{aligned} \right) \quad (5.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{i,l}^s = S_{i,l}^D - S_{i,l}^G + \sum_{j \in \Omega_{ip}} V_{i,l} \times \left[\sum_{p \in \Omega_{TP}} (\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP}) \times (I_{ij,l}^*) \right] \\
\forall s \in \Omega_{PN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (5.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{ij,l} \leq \sum_{p \in \Omega_{TP}} I_p^{max} \times (\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP}) \\
\forall i \in \Omega_{PF}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (5.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{i,l}^S \leq \sum_{s \in \Omega_{TSS}} S_{i,l}^{max} \times (\sigma_{ij,p}^{NSS} + \sigma_{ij,p}^{ESS}) \\
\forall i \in \Omega_{SS}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall s \in \Omega_{TSS} \quad (5.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{i,l}^G \leq \sum_{g \in \Omega_{TG}} S_{i,g}^{max} \times (\sigma_{i,g}^{NG} + \sigma_{i,g}^{EG}) \\
\forall i \in \Omega_{NG}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall g \in \Omega_{TG} \quad (5.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_i^{min} \leq V_{i,l} \leq V_i^{max} \\
\forall s \in \Omega_{PN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (5.12)
\end{aligned}$$

$$\sum_{p \in \Omega_{TP}} (\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP}) \leq 1$$

$$\forall ij \in \Omega_{PF} \quad (5.13)$$

$$\sum_{s \in \Omega_{TSS}} (\sigma_{ij,p}^{NSS} + \sigma_{ij,p}^{ESS}) \leq 1$$

$$\forall s \in \Omega_{TSS} \quad (5.14)$$

$$\sum_{g \in \Omega_{TG}} (\sigma_{i,g}^{NG} + \sigma_{i,g}^{EG}) \leq 1$$

$$\forall g \in \Omega_{TG} \quad (5.15)$$

Capítulo 6

Modelo propuesto

En la Tabla 1.1 se observa en la revisión del estado del arte que no existen trabajos en la literatura que involucren en la planeación de sistemas de distribución de media tensión elementos conectados al sistema de distribución como generación distribuida, elementos almacenadores de energía, bancos de condensadores y reguladores de tensión, en forma conjunta. Por lo anterior, en este proyecto de grado se propone un modelo matemático que integre los aspectos mencionados previamente.

Es importante resaltar que no se expondrán los detalles y características de los elementos instalados en la red primaria (GD, AE, BC y VR), dado que no es el objetivo principal de este proyecto. Sin embargo, para mayor información se pueden consultar las referencias [15], [17] y [18].

A continuación en las ecuaciones (6.1)-(6.20) se presenta el modelo matemático propuesto, donde la función objetivo está descrita por la ecuación (6.1) y el conjunto de restricciones técnicas y operativas en las ecuaciones (6.2)-(6.20).

La función objetivo (6.1) está compuesta por nueve términos. El primer término es el costo de instalación de tramos nuevos de red primaria teniendo en cuenta diferentes tipos de calibre de conductores. El segundo término es el costo de repotenciar un tramo existente de red primaria. El tercer término es el costo de instalación de una subestación nueva teniendo en cuenta los diferentes tipos de subestaciones. El cuarto término corresponde al costo de repotenciar una subestación existente. El quinto término es el costo de instalación de un nuevo generador distribuido. El sexto término es el costo de instalación de un almacenador de energía. El séptimo término es el costo de instalación de

bancos de condensadores en el sistema. El octavo término se refiere al costo de instalación de reguladores de tensión. El último término representa el costo operativo asociado a las pérdidas de energía de la red. En este término las pérdidas técnicas están multiplicadas por una constante k_2 , la cual incluye el valor de la energía en $(\frac{\$}{kWh})$ y el número de horas para cada nivel de la curva de duración de carga, la constante k_1 expresa este costo en valor presente neto y la constante f_{anual} expresa la función objetivo en anualidades.

Las ecuaciones (6.2) y (6.3) expresan la aplicación de las leyes de Kirchhoff para todos los nodos del sistema, para la potencia activa y reactiva, respectivamente. La ecuación (6.4) es el límite máximo de corriente que puede circular por un tramo de red primaria y así evitar que se presenten sobrecargas. La ecuación (6.5) asegura que sólo sea instalado un tipo de conductor en un tramo de red primaria. La ecuación (6.6) es el límite de tensión en los nodos de la red primaria para evitar que se presenten caídas de tensión muy grandes haciendo que la calidad de la energía eléctrica suministrada se vea disminuida. La ecuación (6.7) es el límite de potencia para las subestaciones instaladas. La ecuación (6.8) es el límite de generación para los generadores distribuidos instalados. La ecuación (6.9) es la condición para que sólo sea instalado un tipo de generador distribuido en un nodo de la red primaria.

La ecuación (6.10) ilustra la condición de continuidad del estado de carga de un almacenador de energía en el tiempo t , debido a que en su estado operativo el periodo t depende del estado de carga con que finalizó en el periodo anterior y su condición operativa actual, ya sea de carga o descarga. Las ecuaciones (6.11) y (6.12) contemplan el estado inicial de carga de un almacenador de energía y el objetivo de carga al finalizar el planeamiento, respectivamente. Las ecuaciones (6.13) y (6.14) garantizan que las variables se encuentren dentro de los límites operativos.

Las ecuaciones (6.15) y (6.16) garantizan que el número de VR a instalar en un nodo y en el sistema no sean violados, respectivamente. Las ecuaciones (6.17) y (6.18) están asociadas a las posiciones en las que pueden estar los taps y las capacidades que puede tomar los VR, respectivamente. Finalmente las ecuaciones (6.19) y (6.20) garantizan que el número de BC a instalar en un nodo y en el sistema no sean violados.

$$\begin{aligned}
\min OF = & f_{anual} \times \left(\begin{aligned}
& \sum_{ij \in \Omega_{NP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{NP} \times \sigma_{ij,p}^{NP} + \sum_{ij \in \Omega_{EP}} \sum_{p \in \Omega_{TP}} C_{ij,p}^{EP} \times \sigma_{ij,p}^{EP} + \\
& \sum_{i \in \Omega_{NSS}} \sum_{s \in \Omega_{TSS}} C_{i,s}^{NSS} \times \sigma_{i,s}^{NSS} + \sum_{i \in \Omega_{ESS}} \sum_{s \in \Omega_{TSS}} C_{i,s}^{ESS} \times \sigma_{i,s}^{ESS} + \\
& \sum_{i \in \Omega_{NG}} \sum_{g \in \Omega_{TG}} C_{i,g}^{NG} \times \sigma_{i,g}^{NG} + \sum_{i \in \Omega_{AE}} \sum_{a \in \Omega_{TAE}} C_{i,a}^{AE} \times \sigma_{i,a}^{AE} + \\
& \sum_{i \in \Omega_{BC}} \sum_{b \in \Omega_{TBC}} C_{i,b}^{BC} \times \sigma_{i,b}^{BC} + 3 \times \sum_{i \in \Omega_{VR}} C_{i,r}^{VR} \times \sigma_{i,r}^{VR} + \\
& k_1 \times \sum_{l=1}^{nL} \sum_{ij \in \Omega_{PF}} \sum_{c \in \Omega_{TS}} k_2 \times R_{ij,p} \times \left[|I_{ij,l}|^2 \times \left(\sigma_{ij,c}^{NP} + \sigma_{ij,c}^{EP} \right) \right]
\end{aligned} \right) \quad (6.1)
\end{aligned}$$

s. a.

$$\begin{aligned}
P_{i,l}^D = & \sum_{ki \in \Omega_{TP}} P_{ki,l} + P_{i,l}^S + P_{i,l}^{AE} - P_{i,l}^G + P_{i,l}^{VR} + \sum_{j \in \Omega_{ip}} V_{i,l} \times \left[\sum_{p \in \Omega_{TP}} \left(\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP} \right) \times I_{ij,l}^* \right] \\
& \forall i \in \Omega_{PN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (6.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{i,l}^D = & \sum_{ki \in \Omega_{TP}} Q_{ki,l} + Q_{i,l}^S + Q^{CP} \times ni, l + \sum_{j \in \Omega_{ip}} V_{i,l} \times \left[\sum_{p \in \Omega_{TP}} \left(\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP} \right) \times I_{ij,l}^* \right] \\
& \forall i \in \Omega_{PN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (6.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{ij,l} & \leq I_{ij,p}^{\max} \\
& \forall ij \in \Omega_{PF}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall c \in \Omega_{TP} \quad (6.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{p \in \Omega_{TP}} \left(\sigma_{ij,p}^{NP} + \sigma_{ij,p}^{EP} \right) & \leq 1 \\
& \forall ij \in \Omega_{PF} \quad (6.5)
\end{aligned}$$

$$V_i^{\min} \leq V_{i,l} \leq V_i^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{PN}; \forall l \in \Omega_{NL} \quad (6.6)$$

$$S_{i,l}^D \leq S_{i,s}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{SS}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall d \in \Omega_{TSS} \quad (6.7)$$

$$S_{i,l}^G \leq S_{i,g}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{NG}; \forall l \in \Omega_{NL}; \forall g \in \Omega_{TG} \quad (6.8)$$

$$\sum_{g \in \Omega_{NG}} \sigma_{i,g}^{NG} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_{NG} \quad (6.9)$$

$$SoC_a(i, t) = SoC_a(i, t-1) - \phi_a(i) \times S_{i,l}^{AE} \quad \forall i \in \Omega_{PN}; \forall t \in \Omega_P - [1]; \forall a \in \Omega_{TAE} \quad (6.10)$$

$$SoC_a(i, t) = SoC_a^0(i) \quad \{t = 1\} \forall i \in \Omega_{PN} \quad (6.11)$$

$$SoC_a(i, t) = SoC_a^F(i) \quad \{t = 24\} \forall i \in \Omega_{PN} \quad (6.12)$$

$$Emin_a(i) \leq S_{i,l}^{AE} \times \Delta_T \leq Emax_a(t) \quad \forall t \in \Omega_P; \forall i \in \Omega_{PN} \quad (6.13)$$

$$SoCmin_a(i, t) \leq SoC_a(i, t) \leq SoCmax_a(i, t) \quad \forall t \in \Omega_P; \forall i \in \Omega_{PN} \quad (6.14)$$

$$3 \times E_{i,r}^{VR} \leq E_{i,r}^{VR \text{ máx}} \quad \forall i \in \Omega_{ip}; \forall r \in \Omega_{VR} \quad (6.15)$$

$$3 \times \sum_{k \in \Omega_{VR}} E_{k,r}^{VR} \leq E_{k,r}^{VR \text{ máx}} \quad \forall k \in \Omega_{ip}; \forall r \in \Omega_{VR} \quad (6.16)$$

$$-16 \leq TapVR_{ihf} \leq 16conTapVR_{ihf} \quad \forall k \in \Omega_{ip}; \forall r \in \Omega_{VR} \quad (6.17)$$

$$CapVR_i \leq CapVR_{\text{máx disp}} \quad \forall k \in \Omega_{ip}; \forall r \in \Omega_{VR} \quad (6.18)$$

$$\sum_{b \in \Omega_{TBC}} \left(\sigma_{i,b}^{BC} \cdot Q_{i,b}^{BC} \right) \leq Q_{i,b}^{BC \text{ máx}} \quad \forall i \in \Omega_{ip}; \forall b \in \Omega_{BC} \quad (6.19)$$

$$\sum_{k \in \Omega_{BC}} \sum_{b \in \Omega_{TBC}} \left(\sigma_{k,b}^{BC} \cdot Q_{k,b}^{BC} \right) \leq Q_{k,b}^{BC \text{ máx}} \quad \forall k \in \Omega_{ip}; \forall b \in \Omega_{BC} \quad (6.20)$$

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

7.1. Conclusiones

- Se presenta una recopilación de modelos matemáticos utilizados en el planeamiento de las redes de media tensión en un sistema de distribución, empezando con modelos que tienen en cuenta factores importantes que se pueden presentar en las redes de distribución y que impactan directamente el costo de su planeamiento y se finaliza con un modelo más actualizado que incluye generación distribuida, bancos de capacitores, reguladores de tensión y almacenadores de energía, el cual amplía el panorama en el sistema eléctrico ya que actualmente no se encuentra literatura especializada que trabaje en conjunto estas tecnologías.
- La expansión de una red de distribución puede implicar sobrecostos si no se realiza una planeación de un sistema de distribución de forma adecuada, por lo que es importante contar con metodologías que garanticen respuestas técnicas y económicas de buena calidad, para lo cual se requieren modelos matemáticos que describan fielmente el problema tratado.
- Tecnologías como GD, VR, CB y AE, son implementadas generalmente para corregir problemas operativos en el sistema; sin embargo, pueden ser empleadas dentro de las estrategias de planeación de los sistemas de distribución con el fin de encontrar configuraciones que permitan operar el sistema de forma adecuada al menor costo posible.
- El modelo propuesto en este trabajo es un punto de partida para futuras investigaciones, en las

que se puedan integrar los diversos elementos involucrados.

7.2. Recomendaciones

- Considerar diferentes tecnologías de generadores distribuidos, bancos de capacitores, reguladores de tensión y almacenadores de energía, entre otros.
- Es importante ampliar la recopliación de modelos matemáticos, entre los que se pueden considerar modelos multi-objetivos o binivel.

Bibliografía

- [1] S. Ramírez, “Redes de distribución de energía,” Universidad Nacional de Colombia. [Online] (2004).
- [2] G. L. Thompson, y D. L. Wall, “A branch and bound model for choosing optimal substation locations,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 5, pp. 2683-2688, Mayo 1981.
- [3] J. T. Boardman, y C. C. Meckiff, “A branch and bound formulation to an electricity distribution planning problem,” IEEE transactions on power apparatus and systems , vol.8, pp. 2112-2118, Agosto 1985.
- [4] K. Nara, T. Satoh, H. Kuwabara, K. Aoki, M. Kitagawa, y T. Ishihara, “Distribution systems expansion planning by multi-stage branch Exchange,” IEEE transactions on power systems, vol. 7, no.1, pp. 208-214, Febrero 1992.
- [5] V. Miranda, J.V. Ranito, y L.M. Proenca, “Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no.4, pp. 1927-1933, Noviembre 1994.
- [6] J. Ramirez, y J.L. Bernal-Agustín, “Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, no.2, pp. 696-703, Mayo 1998.
- [7] W.M. Lin, C.D. Yang, y M.T. Tsay, “Distribution system planning with evolutionary programming and a reliability cost model,” IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, vol. 147, no.6, pp. 336-341, Noviembre 2000.
- [8] M. R. Ganjavi, “Coordinated comprehensive design of distribution systems at medium and low voltage levels,” IEE CONFERENCE PUBLICATION, 16th International Conference and Exhibition

on Electricity Distribution, London; Institution of Electrical Engineers, Junio 2001.

[9] N.G. Boulaxis, y M.P. Papadopoulos, "Optimal feeder routing in distribution system planning using dynamic programming technique and GIS facilities," IEEE Transactions on Power Delivery , vol.17, no.1, pp. 242-247, Agosto 2002.

[10] F. Rivas, y M. R. Irving, "An efficient genetic algorithm for optimal large-scale power distribution network planning." IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings, Bologna, Italia, Junio 2003.

[11] E.G. Carrano, L.A.E. Soares, R.H.C. Takahashi, R.R. Saldanha, y O.M. Neto, "Electric distribution network multiobjective design using a problem-specific genetic algorithm." IEEE transactions on power delivery, vol. 21, no.2, pp. 995-1005, Marzo 2006.

[12] Y.F. Dong, J.H. Gu, N.N. Li, X.D. Hou, y W.L. Yan, "Combination of genetic algorithm and ant colony algorithm for distribution network planning," IEEE International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Hong Kong, China, Octubre 2007.

[13] R.A. Hincapié, M. Granada, y R.A. Gallego, "Planeación óptima del sistema eléctrico de la ciudad de Pereira usando una metodología matemática exacta," Revista de Ingeniería Universidad de los Andes, no.28, pp. 51-59, Noviembre 2008.

[14] G. Kayo, y R. Ooka, "Application multiobjective genetic algorithm for optimal design method of distributed energy system." Eleventh International IBPSA Conference, Universidad de Tokyo, Japan, Julio 2009.

[15] J.F. Franco, M. Rider, M. Lavorato, y R. Romero, "Optimal allocation of capacitors in radial distribution systems with distributed generation." IEEE PES CONFERENCE ON INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES LATIN AMERICA (ISGT LA), Medellin, Colombia, Noviembre 2011.

[16] J. Sousa, "Planejamento de sistemas de distribuicao de energia elétrica através de um modelo de programacao linear inteiro misto (PLIM)," P.h. D Tesis, Universidad Estadual Paulista UNESP, pp. 114-f, Marzo 2013.

- [17] J.F. Franco, M. Rider, M. Lavorato, y R. Romero, "A mixed-integer LP model for the optimal allocation of voltage regulators and capacitors in radial distribution systems," *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, vol. 48, pp. 123-130, Enero 2013.
- [18] A. Grajales, "Algoritmo búsqueda tabú aplicado al problema de la planeación de sistemas de distribución considerando ubicación y dimensionamiento de condensadores y reguladores de tensión." M.S. Tesis, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia, Agosto 2014.
- [19] S. Vahedi, M. Banejad, y M. Assili, "Optimal location, sizing and allocation of subtransmission substations using K-means algorithm," *IEEE Power Energy Society General Meeting*, Octubre 2015.
- [20] R.A. Hincapié, J.M. Home, y R.A. Gallego, "Nuevo modelo para la expansión de sistemas eléctricos de distribución con generación distribuida considerando un planeamiento multi-etapa coordinado." *Ingeniería, investigación y tecnología*, vol 18, no.1, pp. 43-53, Marzo 2017.
- [21] O.D. Montoya, A. Grajales, y R.A. Hincapié, "Selección óptima de conductores en sistemas de distribución empleando el algoritmo búsqueda tabú." *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, vol. 26, no.2, pp. 283-295, Junio 2018.
- [22] R. C. Barrenechea, "Planificación óptima de redes eléctricas en baja y media tensión y microrredes eléctricas inteligentes mediante algoritmos linealizados de optimización multicriterio." P.h. D Tesis, Universidad Politécnica de Catalunya, Departamento de ingeniería Electrónica, Enero 2019.